

Análisis Numérico de La Rigidez en Suelos de Fundación de Zapatas Aisladas Individuales

María Camila Olarte Garzón
Estudiante, UMNG, Bogotá, Colombia, u1102789@unimilitar.edu.co

Juan Carlos Ruge Cárdenas
Profesor Doctor, UMNG, Bogotá, Colombia, juan.ruge@unimilitar.edu.co

Paulo José Rocha de Albuquerque
Profesor Asociado, Unicamp, Campinas, Brasil, pjra@unicamp.br

RESUMEN: Generalmente las ecuaciones que existen hoy día en el ámbito geotécnico, para reproducir el comportamiento mecánico del suelo de fundación, han sido basadas en observaciones históricas, estudio de modelos reducidos y la experiencia de los autores. La rigidez normalmente es incluida en las metodologías actuales, por medio de propuestas que evalúan la rigidez en función de la compresibilidad del suelo. En esta investigación será utilizado un software basado en el método de elementos finitos, que permite analizar numéricamente la variabilidad en los parámetros de rigidez del suelo de fundación, usando modelos constitutivos tradicionales. La variabilidad de los parámetros de rigidez y de resistencia al corte del suelo, serán fundamentados en los rangos de valores encontrados en el estado del arte, para diferentes tipos de materiales, dependiendo de la elección del suelo de cimentación y el tratamiento estadístico de los datos. La alta cantidad de datos obtenida después de las iteraciones del software, obliga a un análisis estadístico de los resultados. En el análisis final de la investigación se presentará una comparación entre la evaluación analítica usando ecuaciones clásicas y el análisis numérico considerando diversos aspectos dentro del modelo computacional.

PALABRAS CLAVE: Análisis numérico, Fundaciones Superficiales, Rigidez del Suelo, Métodos de Elementos Finitos.

ABSTRACT: Generally, the equations that exist today in the geotechnical field, to reproduce the mechanical behaviour of the foundation soil, have been based on historical observations, study of reduced models and the experience of the authors. Rigidity is normally included in current methodologies, through proposals that evaluate stiffness based on soil compressibility. In this investigation a software based on the finite element method will be used, which allows numerically analysing the variability in the stiffness parameters of the foundation floor, using traditional constitutive models. The variability of the parameters of stiffness and resistance to soil cutting, will be based on the ranges of values found in the state of the art, for different types of materials, depending on the choice of the foundation floor and the statistical treatment of the data. The high amount of data obtained after the iterations of the software, requires a statistical analysis of the results. In the final analysis of the investigation, a comparison between the analytical evaluation using classical equations and the numerical analysis considering various aspects within the computational model will be presented.

KEYWORDS: Numerical analysis, Shallow Foundations, Soil Stiffness, Finite Element Methods.

1 Introducción

A través de softwares utilitarios especializados que se rigen por premisas constitutivas, se insertan las ecuaciones por medio de modelos que dependen directamente de la naturaleza del suelo, el propósito de estos modelos no es otro que representar de manera aproximada la mecánica real del suelo. Debido a la heterogeneidad del suelo y la complejidad de los modelos artificiales para representar de forma realística la no-linealidad del suelo (Atkinson, 2000) y sus trayectorias esfuerzo-deformación, es imperativo el uso de

simulaciones con elementos finitos u otro método numérico que intente representar el comportamiento mecánico del suelo.

La formulación matemática de los elementos finitos establece patrones sucesivos con campos continuos utilizando esquemas analíticos, esto permite correlacionar las variaciones de los parámetros que gobiernan la mecánica del suelo bajo proporciones específicas. Cada variación seguirá campos de tensión característicos (Viggiani & Atkinson, 1995) fundamentados en teorías constitutivas que proporcionan bases para los métodos tradicionales con soluciones físicamente significativas. Para controlar el mejoramiento de estos aspectos, el modelo constitutivo Mohr-Coulomb es considerado una aproximación de primer orden al comportamiento no lineal del suelo, que representa isotrópicamente la elastoplasticidad fundamentada en la ley de Hooke, inhibiendo el comportamiento histerético.

La rigidez normalmente es incluida en las metodologías actuales, por medio de propuestas que evalúan la rigidez en función de la compresibilidad del suelo (Cha et al, 2014; Vesic, 1973), estableciendo una relación directa entre el esfuerzo cortante y elementos que comparten características particulares de anisotropía. Al alterar significativamente las condiciones mecánicas del suelo artificialmente a partir del cálculo de las variables involucradas en las relaciones básicas, la alta cantidad de datos obtenida después de las iteraciones del software, obliga a un análisis estadístico de los resultados. La rigidez de un suelo supuesto en una linealidad de tensión-deformación depende de la variación del módulo de corte conforme con la amplitud o reducción de la carga monotónica (Anderson & Richart, 1976). Sin embargo, la resistencia al corte exhibe principalmente como resultado una deformación relativa de contacto correspondiente a tensiones efectivas entre las partículas del suelo de fundación y la estructura geotécnica.

En la actualidad, numerosas técnicas computacionales basadas en elementos finitos o diferencias finitas, son usados para recrear el comportamiento del suelo bajo diversas condiciones de carga y esfuerzos, con el objetivo de interpretar sus trayectorias de respuesta. Al usar mallas diferenciales triangulares, la matriz global de rigidez se transfigura en elementos algebraicos de interpretación bidimensional. El uso de esta metodología, permite la generación de una rigidez global con un análisis concatenado a la compresibilidad y la resistencia al corte (Paice et al, 1996).

La investigación actual pretende comparar simulaciones numéricas de fundaciones superficiales, con metodologías analíticas que incluyen la rigidez en la capacidad de carga de una zapata. Tanto en el modelo numérico, como analítico, será modificada la rigidez dentro los rangos de valores acordes con el comportamiento mecánico del material elegido. Las simulaciones numéricas fueron llevadas a cabo mediante un programa basado en el método de elementos finitos. Los resultados muestran una consecuencia entre las dos metodologías, por lo cual se puede validar el método analítico con la modelación numérica.

2 Metodología

2.1 Modelación constitutiva

Existen en la actualidad una cantidad importante de soluciones del modelo constitutivo que se relaciona con la ley de elasticidad lineal de Hooke bajo diferentes escenarios de carga y la ley de plasticidad perfecta de Coulomb para describir el comportamiento colapsable del suelo. El acoplamiento de estas dos leyes se formula en un marco de plasticidad denominado el modelo de Mohr-Coulomb (Ti et al, 2009). Sin embargo, el comportamiento de los suelos no es linealmente elástico ni perfectamente plástico en todo el rango de carga dada la heterogeneidad intrínseca y los innumerables factores extrínsecos que inciden en su respuesta mecánico-hidráulica. Por lo tanto, se exhibe en la literatura un porcentaje sustancial de investigaciones que proponen modelos constitutivos para describir la respuesta de un determinado parámetro del suelo en condiciones específicas aplicando el modelado de elementos finitos.

El modelo de Mohr-Coulomb y la rigidez se relacionan en condiciones no generales, en las cuales el suelo experimenta grados de rigidez pequeños a muy bajas deformaciones debido a la inconsistencia del suelo en la dilatación y a su no linealidad en la condición de falla por rigidez, que es dependiente de las trayectorias de tensión. La configuración del comportamiento de la rigidez y en consecuencia de la deformación para una plasticidad perfecta en el modelo, se extrapola de forma incorrecta justo antes del alcanzar la resistencia al corte local. En un estado de tensiones generales, el modelo de Mohr-Coulomb representa la linealidad de esfuerzos y tensiones en el rango elástico con base en los dos parámetros delimitantes del modelo de Hooke, el módulo de elasticidad [E] y la relación de Poisson [ν] (Goldscheider, 1984).

La forma isotrópica para el modelo de simulación se controla con cuatro parámetros: E, ν, ángulo de fricción [φ] y cohesión [c]. Al variar sistemáticamente E y ν se pueden generar los datos del modelo a partir de elementos finitos inhibiendo el criterio de falla máximo que incide directamente en las trayectorias de respuesta de la rigidez (Wang et al, 2008).

2.2 Análisis de capacidad de carga

Es posible relacionar el módulo de elasticidad con los modelos constitutivos del cálculo de cimentaciones superficiales por medio del índice de rigidez. La capacidad de carga última de una zapata aislada individualmente expuesta a una carga axial que se apoya sobre un suelo isotrópico y homogéneo puede estimarse fácilmente haciendo uso de la teoría convencional de la capacidad de carga de Terzaghi (1) en la cual, los factores de capacidad de carga se emplean de forma apropiada dependiendo de las condiciones de interacción suelo-estructura (Burd & Frydman, 1997). La ecuación de Terzaghi se basa en una solución aproximada que utiliza superposición para combinar los efectos de cohesión, fricción y peso específico del suelo. Sin embargo, el comportamiento en el rango plástico no es lineal, lo cual infiere en la proporción del criterio de rendimiento de Mohr-Coulomb.

Este tipo de cálculo se basa principalmente en la suposición de un escenario perfectamente plástico y rígido del suelo donde la cohesión y el ángulo de fricción representan implícitamente la resistencia, donde los factores de capacidad de carga N_c , N_q y N_γ son función de φ y N_c depende directamente de la cohesión, además dependen de la relación ancho-largo de la zapata (F_{is}) (De Beer, 1970), la profundidad (F_{id}) (Hansen, 1970) y la inclinación (F_{ii}) (Meyerhof, 1963). Se asume la aditividad del peso específico del suelo [γ], lo que implica que cada contribución de estos parámetros puede hacerse de forma independiente de acuerdo con el principio de superposición. Los factores de compresibilidad (F_{ic}) poseen una correlación directa con el índice de rigidez, E y ν teniendo en cuenta el esfuerzo efectivo aplicado en una determinada profundidad.

$$q_u = c'N_cF_{cs}F_{cd}F_{cc} + qN_qF_{qs}F_{qd}F_{qc} + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma c} \quad (1)$$

Dentro de la modelación, los análisis utilizan programación lineal y discretización espacial de elementos finitos para resolver la configuración establecida del límite de plasticidad perfecta, suponiendo una envolvente de falla lineal de Mohr-Coulomb con flujo asociado dentro del suelo y a lo largo de la interfaz suelo-estructura (Ukritchon et al, 2003). La mayoría de softwares utilitarios de elementos finitos actuales que evalúan la capacidad de carga de cimentaciones se formulan en términos del criterio de falla lineal de Mohr-Coulomb (Yang & Yin, 2006).

3 Modelación numérica

El suelo de modelaje se encuentra idealizado como un material arcilloso blando plástico perfectamente elástico que satisface el criterio de Mohr-Coulomb. No obstante, E se ejecuta de forma variable hasta obtener el colapso de la zapata que, para efectos prácticos, posee una geometría rectangular corrida. La aplicación de la carga responde a un proceso continuo y preestablecido que infiere un porcentaje de aplicabilidad a determinado número de días, en otras palabras, la carga no se aplica *ipso facto* sobre la zapata.

Una de las más importantes determinaciones hechas en conexión con las propiedades físicas del suelo, es el análisis mecánico. Por esta razón, para objeto de estudio, se establecieron condiciones modelo de los parámetros constitutivos de resistencia en el modelo Mohr-Coulomb, es decir, el ángulo de fricción, la cohesión y la dilatancia; con base en unos preceptos ya instaurados en el estado del arte de la temática abordada. Con el fin de mantener un análisis mecánico del suelo laterítico de variabilidad constante, estos tres parámetros permanecen fijos a lo largo de la modelación, siendo $\phi = 5^\circ$, $c = 25$ kPa y $\psi = 0^\circ$ (Puri et al, 1940), (Elbanna & Witney, 1987).

La influencia en la capacidad de carga última de E no se ve afectada sustancialmente por la geometría de la zapata, ya que cuando la longitud tiende a infinito, qu es constante. Por lo tanto, aunque los valores de E para los suelos lateríticos oscilen en intervalos relativamente bajos según la Tabla 1, en la simulación numérica la rigidez depende en mayor proporción de los parámetros de resistencia de Mohr-Coulomb.

Tabla 1. Valores E y v de arcilla

Módulo de elasticidad [MPa]	Referencia	Comentario	Relación de Poisson	Referencia	Comentario
2.87	Zhang et al (2018)	Ensayos triaxiales de arcillas blandas usando el modelo Mohr-Coulomb.	0.31	Stokoe & Woods (1972).	Para una condición no consolidada no drenada.
3.5 a 10.25	Zang et al (2014)	Rango para casi cualquier material arcilloso blando.	0.4982 a 0.4997	Davis & Schultheiss (1980).	Rango establecido para arcillas.
20	Oliveira et al (2011)	Para una relación de E_c/E_p de 40.	0.5 a 1.0	Pickering (1970)	Para estados de esfuerzos anisotrópicos.
8.6	Sastry & Meyerhof (1997)	Ensayos del medidor de presión de desplazamiento completo de 3,1 MPa.	0.49	Stuempel et al. (1984)	Para sedimentos poco profundos, arcillosos y saturados.

El modelo de simulación programado en el software de elementos finitos, tiene la configuración presentada en la figura 1, que emplea un esquema de solución explícito. En el plano de esfuerzos adoptado para un análisis elasto-plástico en condiciones drenadas se realizó una variación sucesiva de E con una intermitencia de 2, 1, 0.75, 0.5 y 0.25 MPa. El escenario inicial de rigidez se define teóricamente dentro de los factores de compresibilidad por medio de la ecuación 2.

$$I_r = \frac{E}{2(c+q'\tan\phi)(1+\mu)} \quad (2)$$

El sistema operativo del software trabaja bajo las condiciones del modelo constitutivo de Mohr-Coulomb, es decir, en un escenario de plasticidad perfecta. Sin embargo, las trayectorias de esfuerzo resultantes por la aplicación de la carga son anisotrópicas a través de la matiz de suelo, lo que influye en el comportamiento de las fases de cálculo. Por tal razón se establecieron las condiciones de contorno para delimitar el bulbo de esfuerzos producido.

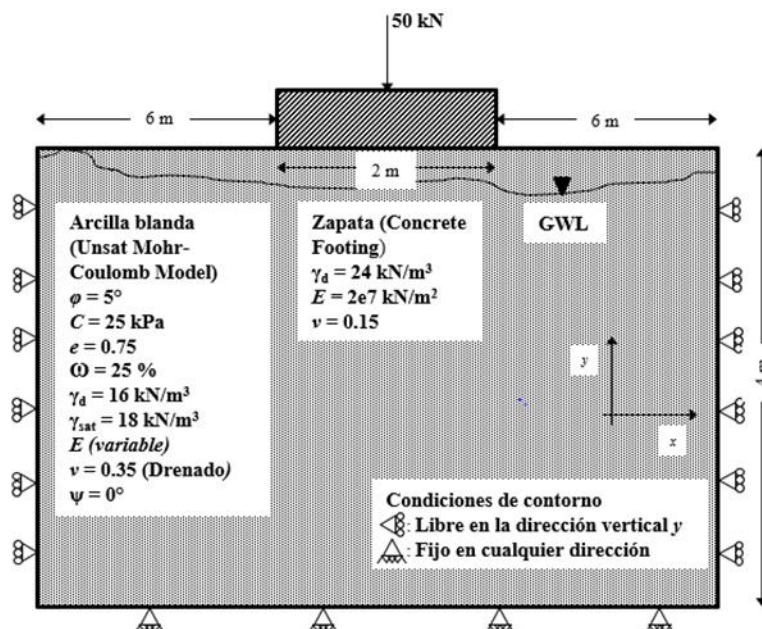


Figura 1. Modelo computacional de la simulación realizada

Al variar E dentro del software, se altera proporcional al cambio la capacidad de carga última. En la ecuación 1 y 2 se encuentra implícita la rigidez que, en igual proporción, se ve alterada. Este delta de alteración se evaluó con el fin de identificar la relación matemática de la rigidez obtenida en el software con la ecuación 1. Para el cálculo de la rigidez, el software interpola los resultados con base en el intervalo de E y las fases de análisis plástico generando mallas de elementos infinitos hasta alcanzar el estado final prescrito.

4 Resultados y discusión

Tabla 2. Resultados y comparación

E [MPa]	Sum-MloadA	qu [kN/m ²] (Análisis numérico)	qu [kN/m ²] (Análisis teórico)
0.25	2.714	135.7	---
0.5	2.718	135.9	52.08
0.75	2.722	136.1	107.97
1	2.725	136.25	149.12
2	2.74	137	173.09

Las variaciones de E dentro de la modelación numérica no ejercen cambios sustanciales de qu en el modelo. Sin embargo, esas mismas variaciones ejecutadas en la ecuación 1, poseen un rango de variabilidad mayor conforme el valor de E disminuye. Para un valor de E=0.25 MPa, el análisis numérico experimenta deformaciones excesivas e interpreta esas deformaciones con valores de Sum-MloadA altos, es decir, las relaciona con un valor de qu alto debido al problema de bloqueo de la solución numérica que se presenta en algunos elementos gracias a la condición de incompresibilidad de las deformaciones plásticas altas. En la Tabla 2 se observan los resultados de qu con las variaciones de E tanto en el modelo numérico como en la ecuación 1 de teoría de la capacidad de carga.

En la Figura 2 se muestra los desplazamientos totales por incrementos, después de la falla del material ocasionada por una carga de 50kN con un multiplicador de carga de 10. Los máximos desplazamientos obtenidos ocurrieron en la base de la zapata con valores cercanos a 11,68 mm. El módulo de elasticidad usado en esta modelación fue de 2000 kPa.

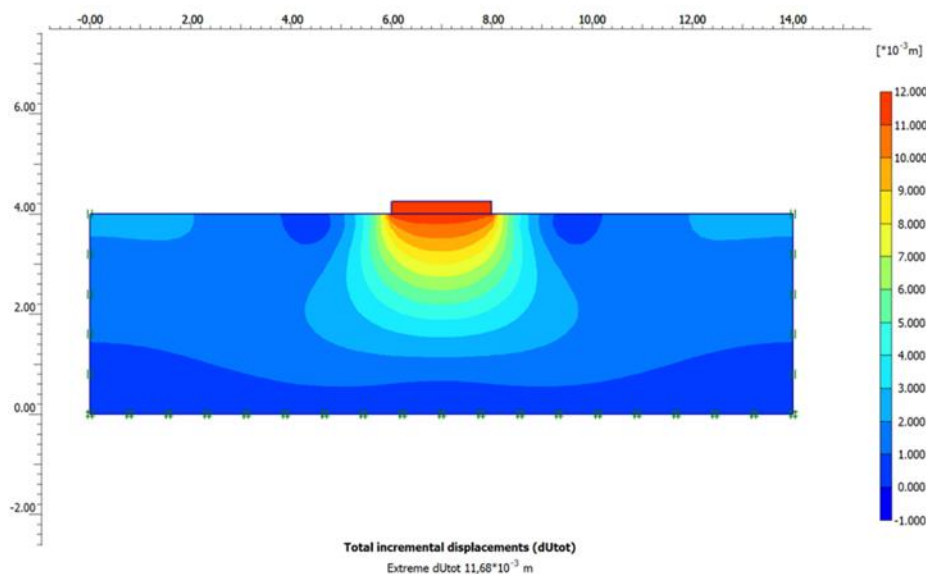


Figura 2. Última fase de la simulación numérica

Debido a que el software utilizado usa una fase de carga llamada Load Multipliers, la cual permite llevar a la falla de material, al multiplicar la carga aplicada a la zapata, por un factor previamente establecido en la simulación. Se muestra en la Figura 3, una gráfica carga vs desplazamiento, donde el valor máximo obtenido de carga representa el multiplicador de carga. Por esta razón, se puede deducir que para este caso la carga de falla o qu es igual a la carga aplicada por el multiplicador, o sea 136 kN/m².

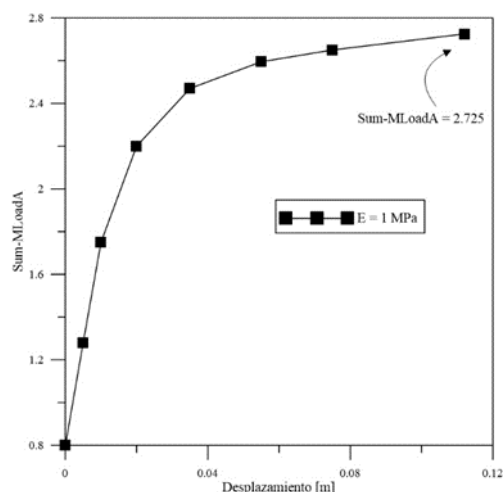


Figura 3. Curva carga vs desplazamiento para la zapata modelada

5 Conclusiones

Al ser sometidos a grandes deformaciones, el elemento finito se distorsiona en exceso, lo que ocasiona que los nodos presenten desplazamientos poco adecuados, lo cual induce a una extrapolación del valor de Sum-MLoadA correspondiente a deformaciones excesivas. Para un valor de $E = 0.25$ MPa, las deformaciones superan un valor asociado a los 1000 mm, el cual no representa un estado de deformaciones realístico para una

fundación superficial. Por tal razón, qu se incrementa exponencialmente conforme las deformaciones son más grandes. En la ecuación 1, la variación porcentual de E conlleva a un valor negativo en qu , debido a que la rigidez es directamente proporcional al valor de E.

La modelación fue sometida a una aplicación paulatina de carga hasta la falla, donde el valor de la rigidez es cercano a 0 y las deformaciones responden a un comportamiento perfectamente plástico. La percepción de variabilidad en estos valores es menos sensible que en la ecuación 1, ya que qu se obtiene con base en el modelo Mohr-Coulomb, donde los parámetros de resistencia dependen en mayor medida de ϕ y c .

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atkinson, J. H.; Non-linear soil stiffness in routine design. In: *Géotechnique*, 50(5), 487-508.
- Viggiani, G., Atkinson, J. H. (1995). Stiffness of fine-grained soil at very small strains. *Géotechnique*, 45(2), 249–265.
- Cha, M., Santamarina, J. C., Kim, H. S., Cho, G. C. (2014). Small-strain stiffness, shear-wave velocity, and soil compressibility. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 140(10), 06014011.
- Vesic, A.S. (1963). “*Bearing Capacity of Deep Foundations in Sand*”, Highway Research Record No. 39, National Academy of Sciences, Washington, DC, pp. 112-154
- Anderson, D. G., Richart, F. E. (1976). Effects of straining on the shear modulus of clays. *J. Geotech. Engng Div. Am. Soc. Civ. Engrs* 102, GT9,975-987.
- Paice, G. M., Griffiths, D. V., Fenton, G. A. (1996). Finite element modeling of settlements on spatially random soil. *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(9), 777-779.
- Ti, K. S., Huat, B. B., Noorzaei, J., Jaafar, M. S., Sew, G. S. (2009). A review of basic soil constitutive models for geotechnical application. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 14, 1-18.
- Goldscheider, M. (1984) “*True triaxial tests on dense sands*”. In: G. Gudehus, F. Darve, I. Vardoulakis; editors. Constitutive relations for soils. Balkema, Rotterdam.
- Wang, X., Allen, M. R., Burr, D. B., Lavernia, E. J., Jeremić, B., Fyhrie, D. P. (2008). *Identification of material parameters based on Mohr–Coulomb failure criterion for bisphosphonate treated canine vertebral cancellous bone*. *Bone*, 43(4), 775-780.
- Burd, H. J., Frydman, S. (1997). Bearing capacity of plane-strain footings on layered soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 34(2), 241-253.
- De Beer, E. E. (1970). Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Geotechnique*, 20(4), 387-411.
- Hansen, J. B. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity.
- Meyerhof, G. G. (1963). Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Canadian Geotechnical Journal*, 1(1), 16-26.
- Ukritchon, B., Whittle, A. J., Klangvijit, C. (2003). Calculations of bearing capacity factor N_γ using numerical limit analyses. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(5), 468-474.



- Yang, X. L., Yin, J. H. (2006). Linear Mohr–Coulomb strength parameters from the non-linear Hoek–Brown rock masses. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41(8), 1000-1005.
- Puri, A. N., Asghar, A. G., Dua, A. N. (1940). Physical characteristics of soils: VI. Influence of clay, exchangeable bases, and hygroscopic moisture on soil cohesion. *Soil Science*, 49(3), 239.
- Elbanna, E. B., Witney, B. D. (1987). Cone penetration resistance equation as a function of the clay ratio, soil moisture content and specific weight. *Journal of Terramechanics*, 24(1), 41-56.
- Zhang, X., Chen, J., Liu, J. (2018, October). Failure Mechanism of Two-Stage Mechanically Stabilized Earth Walls on Soft Ground. In *The International Congress on Environmental Geotechnics* (pp. 624-632). Springer, Singapore.
- Zhang, Z., Han, J., Ye, G. (2014). Numerical analysis of failure modes of deep mixed column-supported embankments on soft soils. In *Ground Improvement and Geosynthetics* (pp. 78-87).
- Oliveira, P. J. V., Pinheiro, J. L., Correia, A. A. (2011). Numerical analysis of an embankment built on soft soil reinforced with deep mixing columns: Parametric study. *Computers and Geotechnics*, 38(4), 566-576.
- Sastry, V. V. R. N., Meyerhof, G. G. (1995). Behaviour of flexible piles in layered clays under eccentric and inclined loads. *Canadian Geotechnical Journal*, 32(3), 387-396.
- Stokoe, K. H., Woods, R. D. (1972). In situ shear wave velocity by cross-hole method. *J. Soil Mech. Found. Div.*, ASCE SM5, 443-460.
- Davis, A. M., Schultheiss, P. J. (1980). Seismic signal processing in engineering-site investigation a case history. *Ground Engng* 13, 44-48.
- Pickering, D. J. (1970). Anisotropic elastic parameters for soil. *Geotechnique* 20, 271-276.
- Stuempel, H., Kaehler, S., Meissner, R., Milkereit, B. (1984). The use of seismic shear waves and compressional waves for lithological problems of shallow sediments. *Geophys. Prosp.* 32, 662-675.